

**GRAVITAÇÃO:**  
contextualização  
histórica e a  
Lei de Newton da  
Atração  
Gravitacional



# Primeiras Reflexões: Aristóteles

(Séc. IV a. C.)

*"Não existe movimento sem uma causa."*



# Primeiras Reflexões: Aristóteles

(Séc. IV a. C.)

*"Não existe movimento sem uma causa."*

Queda-livre: relacionada à natureza dos corpos, que os faria mover-se para baixo, em direção ao centro do Universo, seu lugar natural.

Exceções: ar e fogo, elementos "leves".



# Primeiras Reflexões: Aristóteles

(Séc. IV a. C.)

*"Não existe movimento sem uma causa."*

Queda-livre: relacionada à natureza dos corpos, que os faria mover-se para baixo, em direção ao centro do Universo, seu lugar natural.

Exceções: ar e fogo, elementos "leves".



⇒ Corpos caem de maneira proporcional ao seu peso.

# Avanços: Galileu

(Séc. IV a. C.)

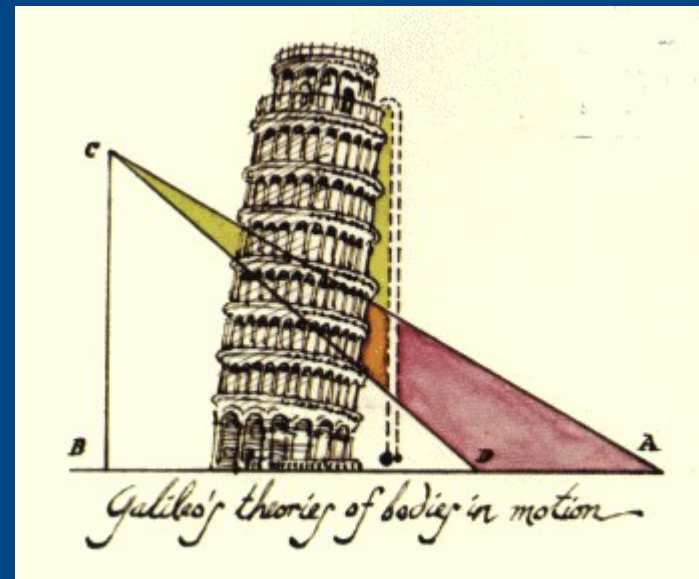
*"Objetos apresentam a mesma aceleração quando em queda-livre."*

# Avanços: Galileu

(Séc. IV a. C.)

*"Objetos apresentam a mesma aceleração quando em queda-livre."*

⇒ Experimento na Torre de Pisa (mito?).



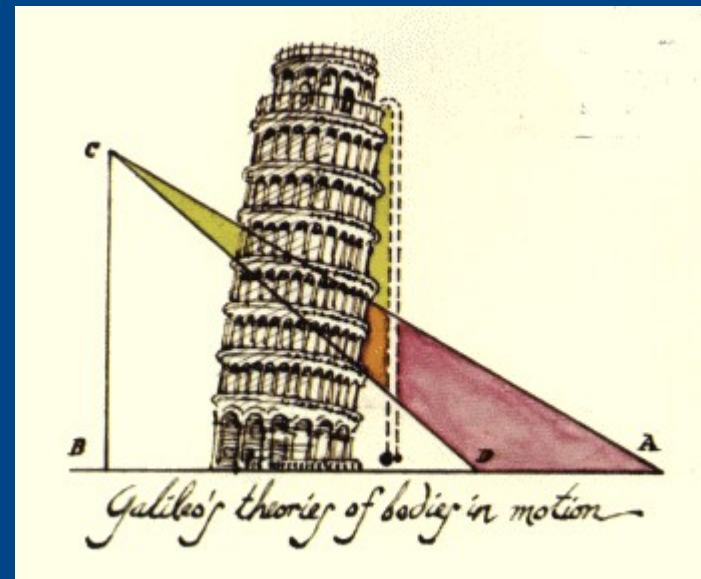
# Avanços: Galileu

(Séc. IV a. C.)

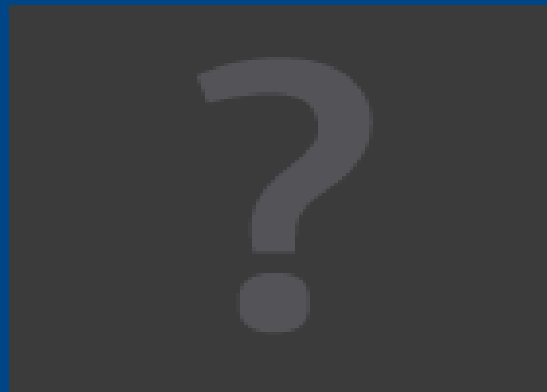
*"Objetos apresentam a mesma aceleração quando em queda-livre."*

⇒ Experimento na Torre de Pisa (mito?).

⇒ Experimento de pensamento: dois corpos ligados por uma corda. O mais leve retarda a queda do mais pesado... mas o sistema como um todo é mais pesado!  
= Contradição



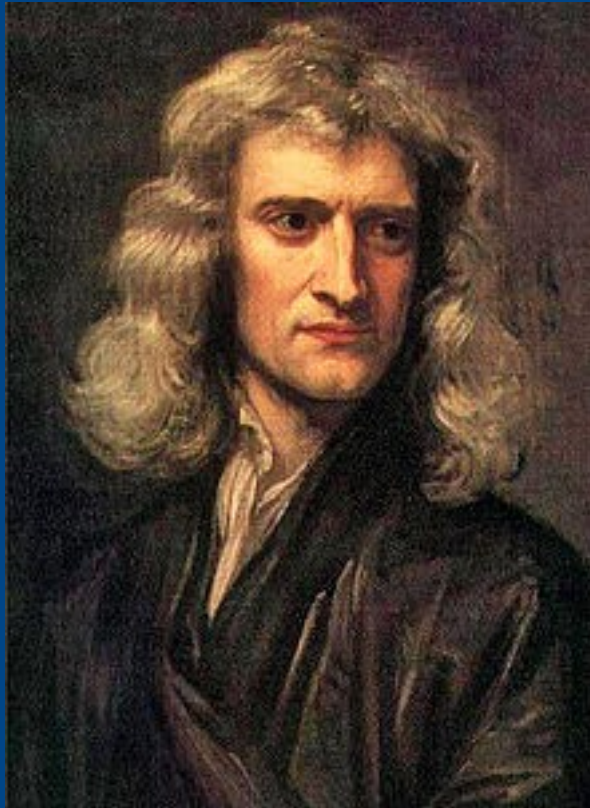
Experimento de Galileu Repetido  
pelos Astronautas da Apolo 15





# Tratamento Matemático: Isaac Newton

(1666-1687)



*"Eu deduzi que as forças que mantêm os planetas em suas órbitas devem ser inversamente proporcionais aos quadrados das distâncias de seus centros de rotação, e então comparei a força necessária para manter a Lua em sua órbita com a força da gravidade na superfície da Terra e encontrei que elas são equiparáveis."*

# Tratamento Matemático: Isaac Newton

(1666–1687)

Sugestão inicial de Robert Hooke de que a força gravitacional dependia do inverso do quadrado da distância.

# Tratamento Matemático: Isaac Newton

(1666–1687)



Sugestão inicial de **Robert Hooke** de que a força gravitacional dependia do inverso do quadrado da distância.

# Tratamento Matemático: Isaac Newton

(1666–1687)

Newton *deduziu matematicamente* as órbitas dos planetas conhecidos e obteve as três Leis de Kepler do movimento planetário.



# Tratamento Matemático: Isaac Newton

(1666-1687)

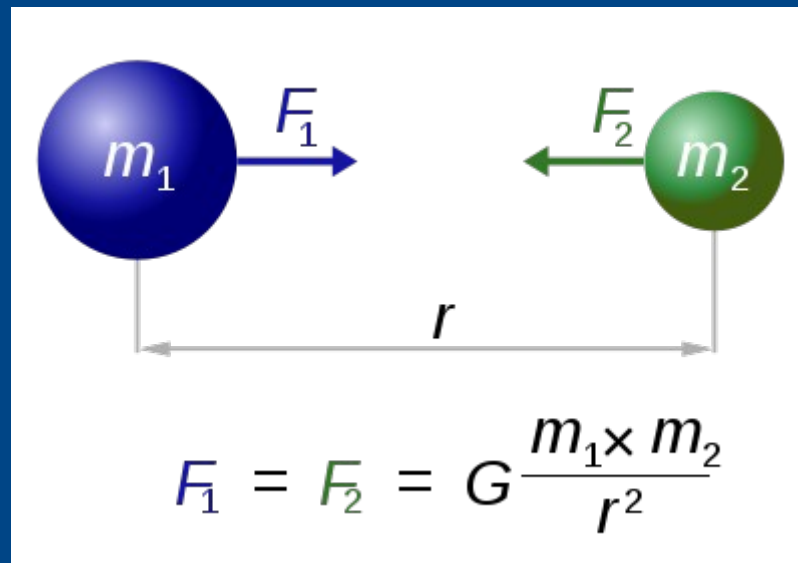
Newton *deduziu matematicamente* as órbitas dos planetas conhecidos e obteve as três Leis de Kepler do movimento planetário.

Fórmula original:

$$\text{Força da gravidade} \sim \frac{\text{Massa}_1 \times \text{Massa}_2}{\text{distância}^2}$$



# E A CONSTANTE DE PROPORCIONALIDADE?



# O Experimento de Cavendish

(1797-1798)

Objetivo: medir a densidade específica da Terra, ou, equivalentemente, sua massa.

# O Experimento de Cavendish

(1797-1798)

Objetivo: medir a densidade específica da Terra, ou, equivalentemente, sua massa.

Equipamento construído pelo geólogo John Mitchell em 1793.

Após seu falecimento, ele foi herdado por Francis Wollaston e, então, dado a Henry Cavendish, que o reconstruiu.





# O Experimento de Cavendish

(1797-1798)

Mediu a atração gravitacional entre as bolas maiores e as menores.

# O Experimento de Cavendish

(1797-1798)

Mediu a atração gravitacional entre as bolas maiores e as menores.

A força fazia o braço da balança de torção girar até que o torque causado pela força gravitacional era equilibrado pelo torque no fio.

# O Experimento de Cavendish

(1797-1798)

Mediu a atração gravitacional entre as bolas maiores e as menores.

A força fazia o braço da balança de torção girar até que o torque causado pela força gravitacional era equilibrado pelo torque no fio.

Medindo o ângulo e sabendo o torque no fio para esse dado ângulo, a força entre os pares de massas era determinada.

# O Experimento de Cavendish

(1797-1798)

Lei de Hooke

$$F \times a = \kappa \times \theta$$

Coeficiente vem do  
período ressonante:

$$T = 2\pi \sqrt{I/\kappa}$$

Medindo o ângulo e **sabendo o torque no fio para esse dado ângulo**, a força entre os pares de massas era determinada.

# O Experimento de Cavendish

(1797-1798)

Como a força gravitacional da Terra na bola pequena podia ser medida diretamente por seu peso, a razão entre as duas forças permitia calcular a densidade da Terra usando a Lei de Newton da Gravitação.

# O Experimento de Cavendish

(1797-1798)

Como a força gravitacional da Terra na bola pequena podia ser medida diretamente por seu peso, a razão entre as duas forças permitia calcular a densidade da Terra usando a Lei de Newton da Gravitação.

A força causando o torque era de apenas  
~  $1.74 \times 10^{-7}$  N !!!

# O Experimento de Cavendish

(1797-1798)

Como a força gravitacional da Terra na bola pequena podia ser medida diretamente por seu peso, a razão entre as duas forças permitia calcular a densidade da Terra usando a Lei de Newton da Gravitação.

A força causando o torque era de apenas  
 $\sim 1.74 \times 10^{-7} \text{ N} !!!$

Obteve  $\rho_{\text{Terra}} = 5.448 \pm 0.033 \rho_{\text{água}}$

(Erro aritmético!  $\rho_{\text{Terra}} = 5.48 \pm 0.038 \rho_{\text{água}}$ )



# O Experimento de Cavendish

(1797-1798)

$$G = g \frac{R_{Terra}^2}{M_{Terra}} = \frac{3g}{4\pi R_{Terra} \rho_{Terra}}$$

Com o valor de  $\rho_{Terra}$  obtido por Cavendish:

$$G = 6.74 \times 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg s}^{-2}$$

(erro de  $\sim 1\%$ )

# Lei de Newton da Gravitação Universal

(Forma moderna)

$$\vec{F} = -G \frac{m_1 m_2}{r^2} \vec{e}_r$$

# Lei de Newton da Gravitação Universal

(Forma moderna)

$$\vec{F} = -G \frac{m_1 m_2}{r^2} \vec{e}_r$$

...para partículas pontuais!

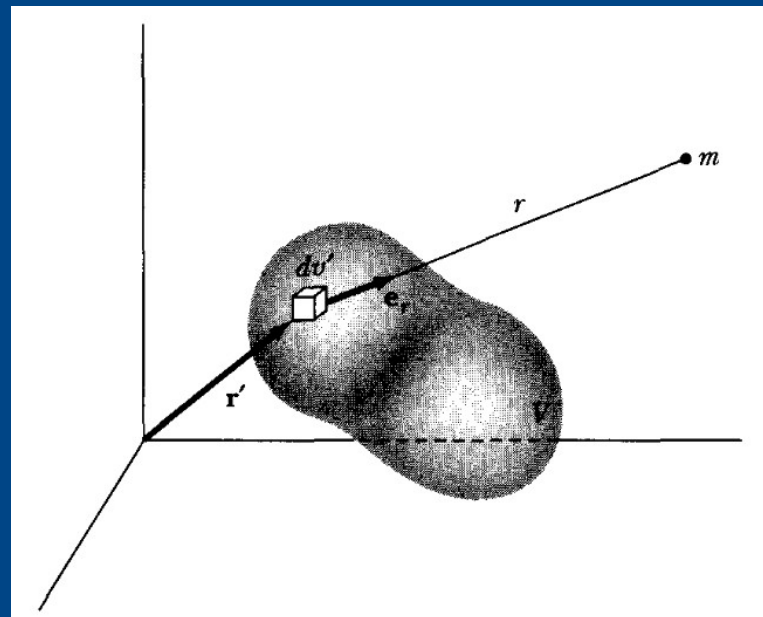
# Lei de Newton da Gravitação Universal (Generalização)

Hipótese extra: força gravitacional é linear.

# Lei de Newton da Gravitação Universal (Generalização)

Hipótese extra: força gravitacional é linear.

$$\vec{F} = - \int_V Gm \frac{\rho(\vec{r}') \vec{e}_r}{r^2} dV'$$

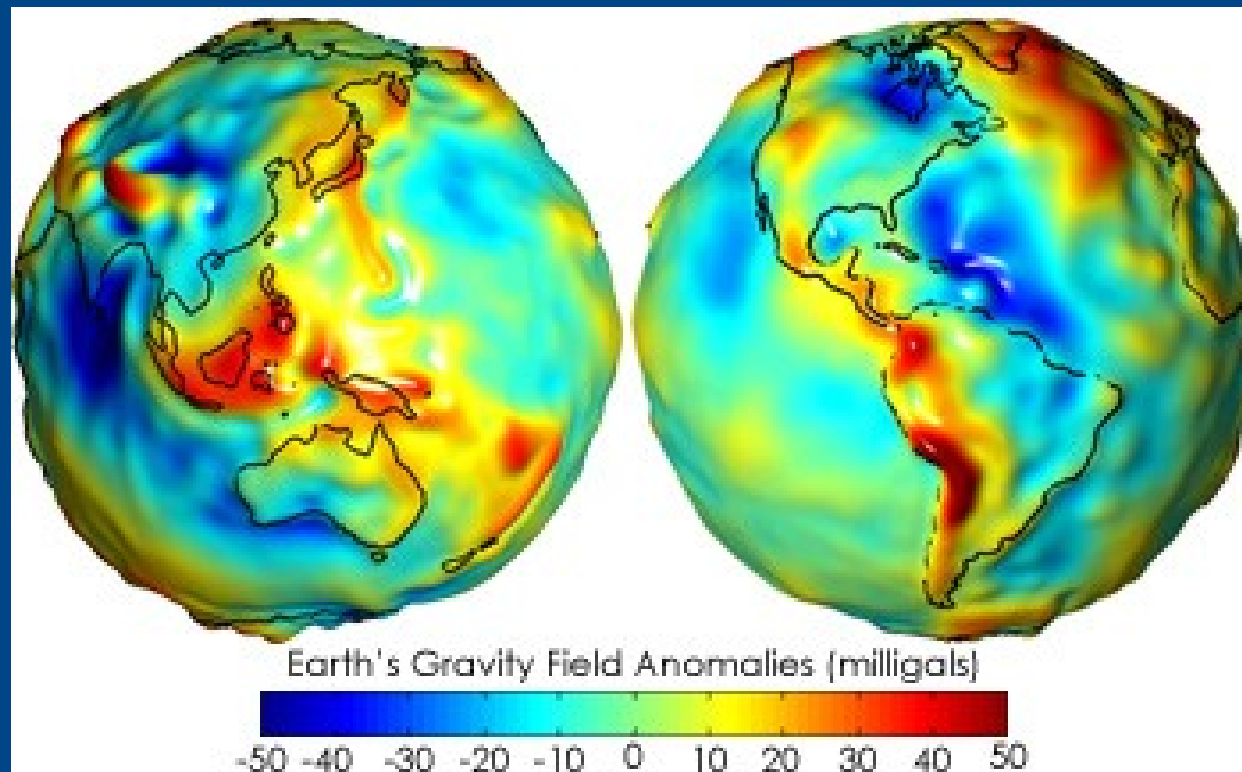


# Lei de Newton da Gravitação Universal (Generalização)

Vetor campo gravitacional:

$$\vec{g} = \frac{\vec{F}}{m} = - \int_V G \frac{\rho(\vec{r}') \vec{e}_r}{r^2} dV'$$

# Lei de Newton da Gravitação Universal (Generalização)



# Lei de Newton da Gravitação Universal (Generalização)

Potencial gravitacional:  $\vec{g} \equiv -\nabla \phi$

$$\phi = G \frac{M}{r} \quad \Rightarrow \quad \vec{g} = -G \frac{M}{r^2} \vec{e}_r$$

$$\phi = \int_V G \frac{\rho(\vec{r}')}{r} dV'$$



# Lei de Newton da Gravitação Universal (Generalização)

*O trabalho (por unidade de massa) necessário para mover um corpo de uma posição A para uma posição B em um campo gravitacional é igual à diferença entre os potenciais em B e em A.*

Energia potencial gravitacional:

$$U = m \phi$$

$$\vec{F} = -\nabla U$$

Newton explicou o "Como?" da gravidade.

Newton explicou o "Como?" da gravidade.

Mas "*Por quê?*"

# Explicações Mecânicas da Gravitação

Primeiras tentativas:

Assumiam processos mecânicos, sem considerar a possibilidade de ação a distância.

# Explicações Mecânicas da Gravitação

René Descartes (1644) e  
Christian Huygens (1690):

→ tentaram explicar em termos de rotação  
(*vórtices*);

Robert Hooke (1671) e  
James Challis (1869):

→ todos os corpos emitem ondas que causam a  
atração.

Lord Kelvin (1871)

→ pulsações.

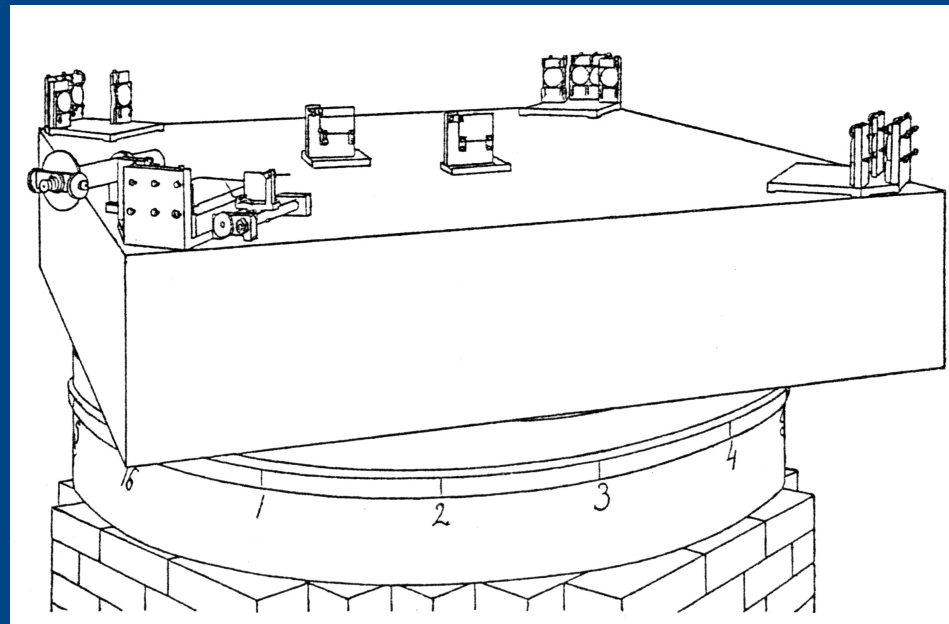
# Explicações Mecânicas da Gravitação

Maioria desses modelos implicaria em uma força de arraste mensurável, o que nunca se confirmou.

# Explicações Mecânicas da Gravitação

Maioria desses modelos implicaria em uma força de arraste mensurável, o que nunca se confirmou.

(Experimento de Michelson-Morley)



## Explicações Mecânicas da Gravitação

Maioria desses modelos implicaria em uma força de arraste mensurável, o que nunca se confirmou.

Outros violavam a conservação de energia (e, por consequência, a primeira Lei da Termodinâmica).



# Explicações Mecânicas da Gravitação

Tal falha em obter uma explicação levou Lorentz a buscar uma transformação que mantivesse as Equações de Maxwell invariantes quando transformadas do éter para um referencial em movimento.

# Transformações de Lorentz

(1892-1904)

$$t' = \gamma \left( t - \frac{vx}{c^2} \right)$$

$$x' = \gamma (x - vt)$$

$$y' = y; z' = z$$

# Transformações de Lorentz

(1892-1904)

$$t' = \gamma \left( t - \frac{vx}{c^2} \right)$$

$$x' = \gamma (x - vt)$$

$$y' = y; z' = z$$

$$\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \beta^2}}, \beta = \frac{v}{c}$$

# Teoria da Relatividade Restrita

(1905)

Mecânica Newtoniana:

*Invariância de Galileu: as leis de movimento  
são as mesmas em qualquer referencial  
inercial.*

# Teoria da Relatividade Restrita

(1905)

Mecânica Newtoniana:

Invariância de Galileu: *as leis de movimento são as mesmas em qualquer referencial inercial.*

Postulados da Relatividade Restrita:

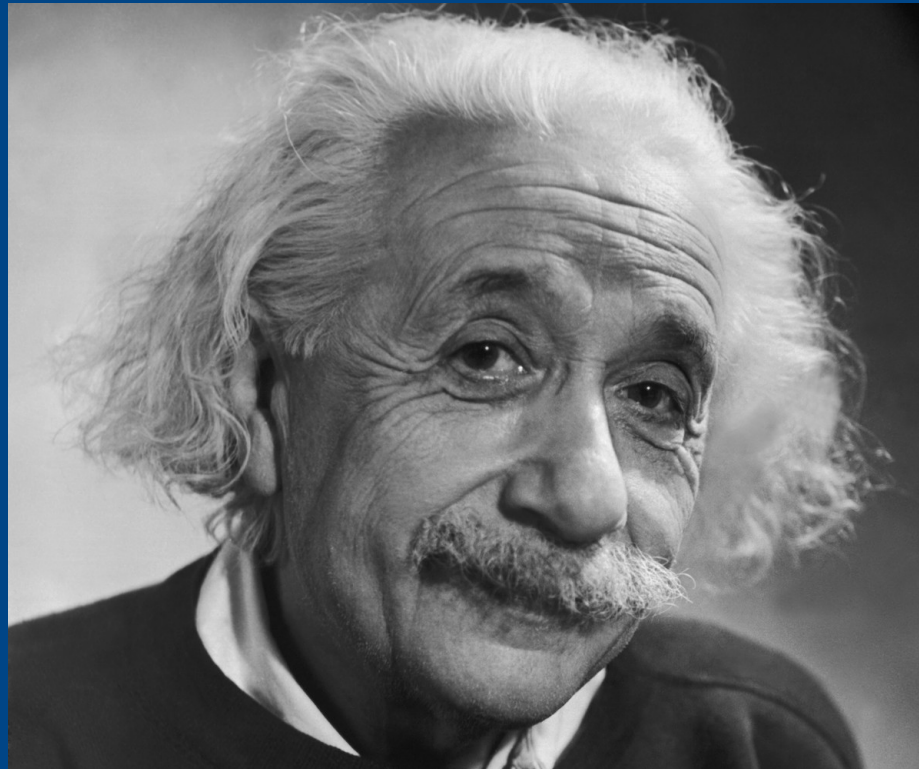
1. As leis da Física são invariantes para quaisquer observadores em movimento uniforme em relação um ao outro = Princípio de Relatividade.

2. A velocidade da luz no vácuo é a mesma para todos os observadores, independente de seu movimento relativo ou do movimento da fonte.

# Teoria da Relatividade Restrita

(1905)

Rederivou as Transformações de Lorentz, mas  
agora com uma interpretação.



# Consequências da Relatividade Restrita

*Relatividade da simultaneidade:* dois eventos simultâneos para um observador podem não o ser para outro observador em movimento relativo.

# Consequências da Relatividade Restrita

*Dilatação temporal*: o tempo passa mais devagar para um observador em movimento em relação a outro estacionário.

$$\Delta t' = \gamma \Delta t$$



# Consequências da Relatividade Restrita

*Dilatação temporal*: o tempo passa mais devagar para um observador em movimento em relação a outro estacionário.

$$\Delta t' = \gamma \Delta t$$

tempo medido pelo observador em movimento com velocidade  $v$

tempo próprio

# Consequências da Relatividade Restrita

*Contração espacial*: a medida de um objeto é menor na direção em que ele se move em relação a um observador.

$$\Delta x' = \frac{\Delta x}{\gamma}$$

# Consequências da Relatividade Restrita

*Contração espacial*: a medida de um objeto é menor na direção em que ele se move em relação a um observador.

$$\Delta x' = \frac{\Delta x}{\gamma}$$

comprimento medido pelo observador em movimento com velocidade  $v$

comprimento próprio

# Consequências da Relatividade Restrita

*Equivalência massa-energia:* a massa de um objeto é uma medida do seu conteúdo energético.

# Consequências da Relatividade Restrita

*Equivalência massa-energia*: a massa de um objeto é uma medida do seu conteúdo energético.

$$E = mc^2$$

# Consequências da Relatividade Restrita

*Velocidade máxima é finita: nada pode viajar mais rápido do que a velocidade da luz no vácuo,  $c$ .*

# Consequências da Relatividade Restrita

*Velocidade máxima é finita: nada pode viajar mais rápido do que a velocidade da luz no vácuo,  $c$ .*

$$E_T = \gamma mc^2$$

Relatividade restrita eliminou  
a necessidade do éter...



Relatividade restrita eliminou  
a necessidade do éter...

Mas a pergunta "*Por que há  
gravidade?*" ainda não foi  
respondida!

# Teoria da Relatividade Geral

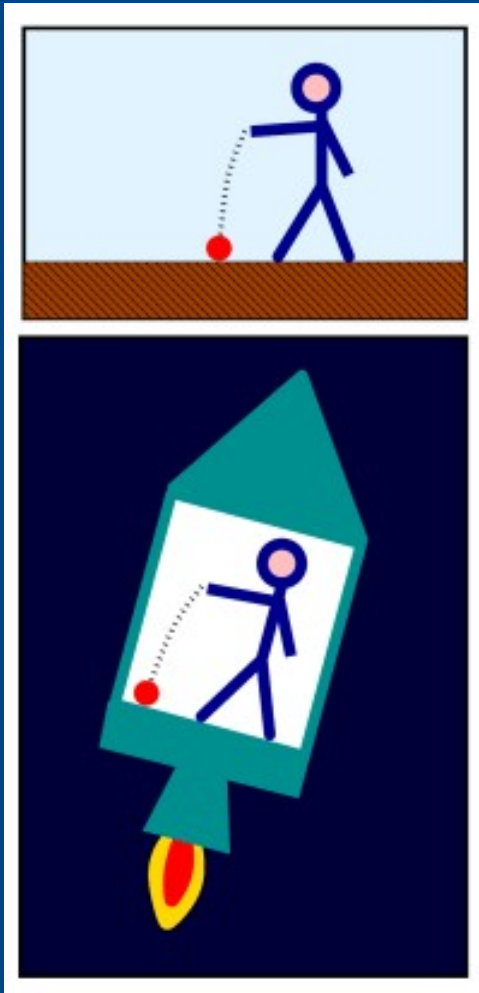
(1907-1915)

*"Eu estava sentado em uma cadeira no escritório de patentes, em Berna, quando de repente ocorreu-me um pensamento: se uma pessoa cair livremente, ela não sentirá seu próprio peso. Eu estava atônito. Esse simples pensamento impressionou-me profundamente. Ele me impeliu para uma teoria da gravitação."*

*Albert Einstein*

# Teoria da Relatividade Geral

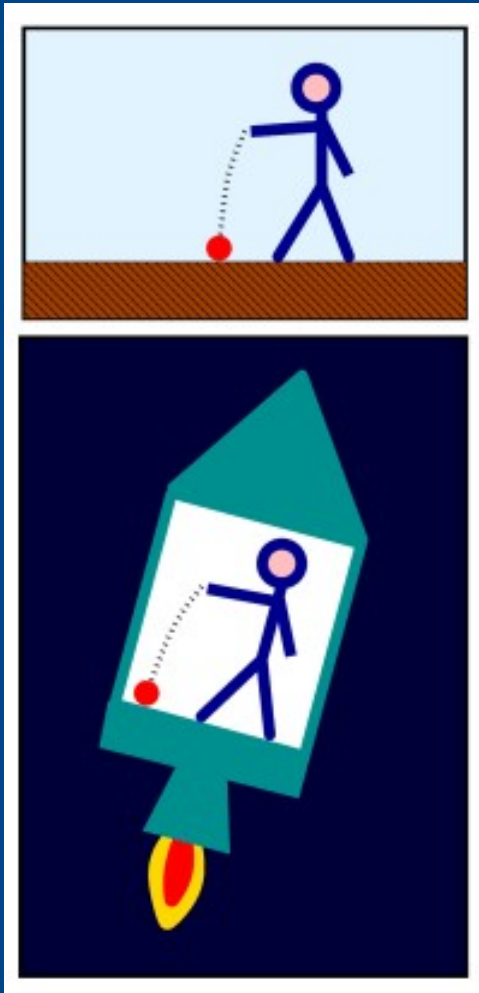
(1907-1915)



Princípio de Equivalência: a força gravitacional que um corpo sente na presença de outro é a equivalente à pseudo-força experimentada por um observador em um referencial acelerado.

# Teoria da Relatividade Geral

(1907-1915)



Princípio de Equivalência: a força gravitacional que um corpo sente na presença de outro é a equivalente à pseudo-força experimentada por um observador em um referencial acelerado.

Consequência:

queda-livre =  
movimento inercial

# Teoria da Relatividade Geral

(1907-1915)

Queda-livre = Movimento inercial

Incompatível tanto com a Mecânica Newtoniana  
quanto com a Relatividade Restrita!

# Teoria da Relatividade Geral

(1907-1915)

Queda-livre = Movimento inercial

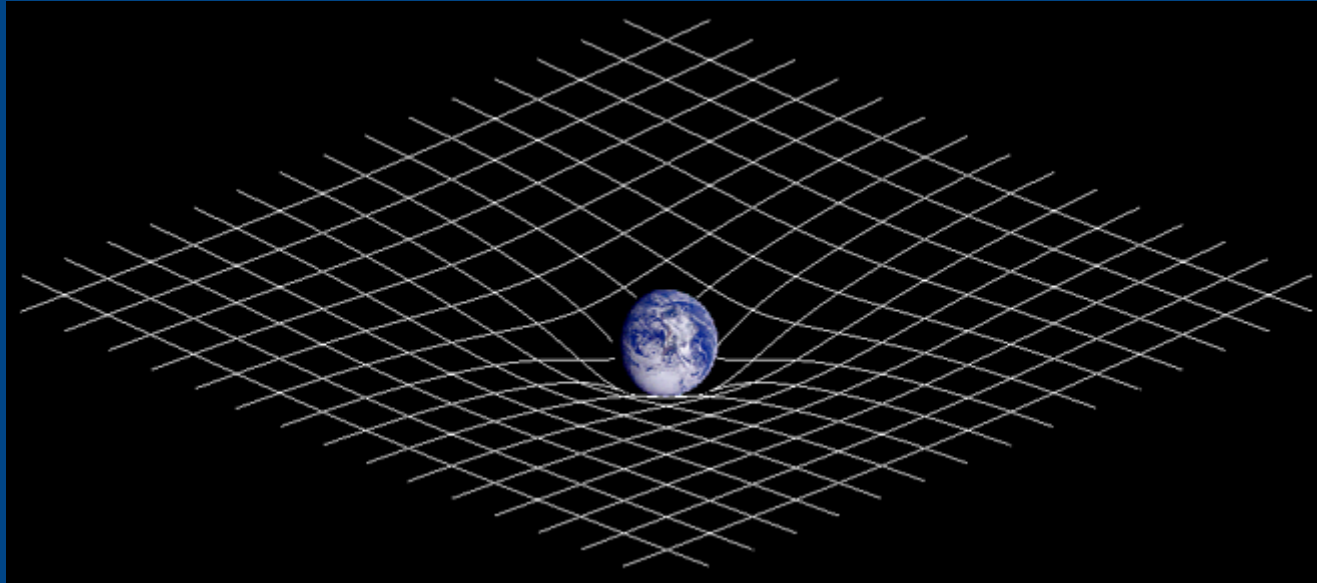
Incompatível tanto com a Mecânica Newtoniana  
quanto com a Relatividade Restrita!

Nessa teorias, objetos em movimento inercial  
não tem aceleração com respeito a outros  
objetos, mas objetos em queda livre tem!

# Teoria da Relatividade Geral

(1907-1915)

Gravidade  
=  
efeito da curvatura do espaço-tempo.



# Teoria da Relatividade Geral

(1907-1915)

Equações de Campo de Einstein: relacionam a curvatura do espaço tempo com a massa, a energia e o momentum nele contidos.



# Teoria da Relatividade Geral

(1907-1915)

Equações de Campo de Einstein: relacionam a curvatura do espaço tempo com a massa, a energia e o momentum nele contidos.

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} R + g_{\mu\nu} \Lambda = \frac{8\pi G}{c^4} T_{\mu\nu}$$

# Teoria da Relatividade Geral

(1907-1915)

Equações de Campo de Einstein: relacionam a curvatura do espaço tempo com a massa, a energia e o momentum nele contidos.

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} R + g_{\mu\nu} \Lambda = \frac{8\pi G}{c^4} T_{\mu\nu}$$

10 equações diferenciais  
parciais acopladas não-lineares  
hiperbólico-elípticas

# Teoria da Relatividade Geral

(1907-1915)

Equações de Campo de Einstein: relacionam a curvatura do espaço tempo com a massa, a energia e o momentum nele contidos.

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} R + g_{\mu\nu} \Lambda = \frac{8\pi G}{c^4} T_{\mu\nu}$$

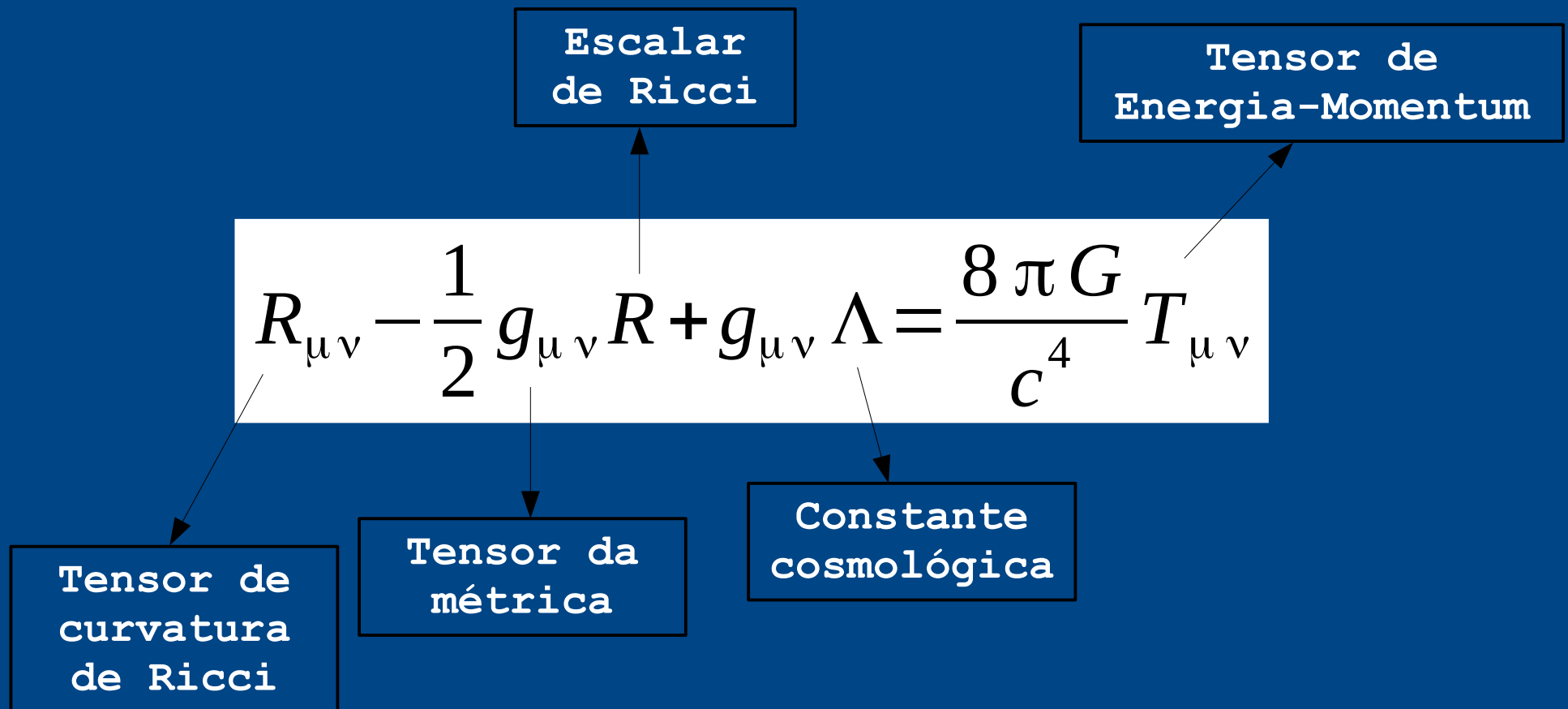
10 equações diferenciais  
parciais acopladas não-lineares  
hiperbólico-elípticas



# Teoria da Relatividade Geral

(1907-1915)

Equações de Campo de Einstein: relacionam a curvatura do espaço tempo com a massa, a energia e o momentum nele contidos.



# Consequências da Relatividade Geral

(1907-1915)

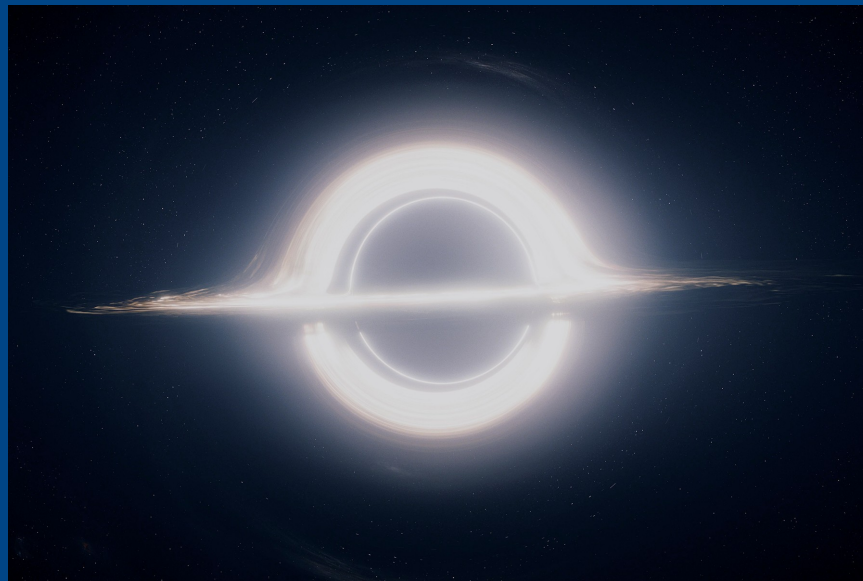
*Dilatação gravitacional do tempo: o tempo passa mais devagar em campos gravitacionais mais fortes.*

# Consequências da Relatividade Geral

(1907-1915)

*Dilatação gravitacional do tempo*: o tempo passa mais devagar em campos gravitacionais mais fortes.

(No filme *Interestelar*, as personagens experimentam esse efeito!)



# Conseqüências da Relatividade Geral (1907-1915)

*Precessão dos periélios maior do que na  
Mecânica Newtoniana.*

[http://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/8/89/Precessing\\_Kepler\\_orbit\\_280frames\\_e0.6\\_smaller.gif](http://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/8/89/Precessing_Kepler_orbit_280frames_e0.6_smaller.gif)

Quantia ("/séc)	Causa
531.63 ±0.69	Atração gravitacional dos demais planetas.
0.0254	Forma oblata do Sol
42.98 ±0.04	Relatividade Geral
574.64±0.69	<i>Total</i>
574.10±0.65	<i>Observado</i>

# Consequências da Relatividade Geral (1907-1915)

*Curvatura da luz na presença de um campo gravitacional.*



# Conseqüências da Relatividade Geral

(1907-1915)

*Curvatura da luz na presença de um campo gravitacional.*

Verificação:

Eclipse solar de 29 de maio de 1919

Duas expedições:

→ Liderada por Andrew Crommelin, em Sobral, no Ceará;

→ Liderada por Arthur Eddington, na Ilha do Príncipe, na África.

# Consequências da Relatividade Geral (1907-1915)

*Curvatura da luz na presença de um campo gravitacional.*

Posições das estrelas nas posições próximo ao Sol nas imagens obtidas foram utilizadas para verificar que a luz contornava o Sol.

